



$(-3-2) \cdot 3$

$$(256)^{1/16} \times (0/256)^{0/9} \times (10^3)^{0/9}$$

$$5^1 \times 5^{24} = 5^{25}$$

$$(3^4)^{-\frac{1}{4}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{9}\right)^9 &= -\left(\frac{1}{9}\right)^9 = -\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^9 \\ &= -\left(\frac{1}{3}\right)^{18} \end{aligned}$$

$(256)^{0.16} \times ((256)^{0.9})^{(1.3)^{0.9}} = (256)^{0.25}$

$\downarrow$ $\downarrow$

$(256)^{0.9}$ $(256)^{\frac{1}{4}} = (2^8)^{\frac{1}{4}} = 2^2 = 4$

پاسخ :

$$\frac{v^{2.14} + v^{2.13} + v^{2.12} + \dots + v^{1.14}}{v^{1.99} + v^{1.98} + v^{1.97} + \dots + v^{.99}}$$

$$a + a^5 + a^{\Delta} + a^{\Delta} + a^{\Delta} + \dots + a^{9\Delta}$$

$$S = \frac{a(1 - a^{9\Delta})}{1 - a^5} = \frac{5 \times (1 - 5^{9\Delta})}{1 - 5}$$

$$\frac{x^{-2} y^{-3}}{y^{-4} x^{-5}} \div \frac{(x^{-2} y^{-1})^3}{\left(\frac{x}{y}\right)^4}$$

$$\frac{7^{1014} \times (7^{1000} + 7^{999} + 7^{998} + \dots + 1)}{7^{393} \times (7^{1000} + 7^{999} + 7^{998} + \dots + 1)} = 7^{1014-393} = 7^{621}$$

$$= y \times \frac{y^4}{x^{-6}y^{-3}} = y \times \frac{y^4 y^3}{x^{-6}y^{-3}} = y \times x^6 y^7 = x^6 y^8$$

پاسخ :

$$\frac{125^7 \times 25^{10}}{5^{19} \times 25^8} = \frac{(5^3)^7 \times (5^2)^{10}}{5^{19} \times (5^2)^4} = \frac{5^{21} \times 5^{20}}{5^{19} \times 5^8}$$

$$\frac{2^3 \times 3^{-2}}{2^{-5} \times 3^4} \times \frac{6^7}{1^5}$$

$\left[(-4)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}$

$$(27)^{-1} \times 9^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{5^{41}}{5^{27}} = 5^{41-27} = 5^{14}$$

$$\frac{2^8 \times 3^{-6} \times \frac{2^7 \times 3^9}{(2^3)^5}}{2^{15} \times 3^1} = 3$$

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$(3^3)^{-1} \times (3^2)^{\frac{4}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3^{-3} \times \underbrace{3^{\frac{8}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}_{3^{\frac{8}{3} + \frac{1}{3}} = 3^3} = 3^{-3} \times 3^3 = 1$$

جواب :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \times \left(\frac{3}{4}\right)^n \times \dots \times \left(\frac{99}{100}\right)^n$$

$$\frac{(6/3)^{10} \div (0/9)^{10}}{(2/1)^3 \div (0/7)^3} \times \frac{1/8^2 \div 0/6^2}{2/8^5 \div 0/4^5}$$

$$\frac{r^{X+2} \times r^{2X-1}}{r^X}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{22}{23}\right)^n = \left(\frac{1}{23}\right)^n$$

$$\frac{7^{10}}{3^3} \times \frac{3^2}{7^5} = \frac{7^5}{3}$$

$$\frac{3^x \times 3^2 \times 2^{2x} \times 2^{-1}}{12^x} = \frac{3^x \times 3^2 \times 4^x \times 2^{-1}}{12^x} = \frac{12^x \times 9 \times \frac{1}{2}}{12^x} = 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

اسخ :



عنا

$$2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times \dots \times 2^3$$

تا 2^4 16



$$2^{3+3+\dots+3} = 2^{16 \times 3} = 2^{48}$$

$$2^{1396}$$

مثال حاصل عبارت مقابل چیست؟

$$1 + (2^{1395} + 2^{1394} + \dots + 2^3 + 2^2 + 2 + 1)$$

$$2^{10} + 2^{10} \times 2^{10} \times \dots \times 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$$

پاسخ:

$$\frac{2^{10} + 2^{10}}{2 \times 5^{-5}} = \frac{2^{10} + 2^{10}}{2 \times 5^{-5}} = \frac{2^{10} + 2^{10}}{2 \times 5^{-5}} = \frac{2 \times 2^{10}}{2 \times 5^{-5}} = \frac{2^{11}}{2 \times 5^{-5}} = 2^{10} \times 5^5 = 2^{20} \times 5^5 = 2^{25}$$

$$2^{10} \times (2^{10})^2 \times (2^{10})^3 \times 2^{14}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$$

$$\frac{2^{30} + 4^{15}}{3^{30} + 9^{15} + 27^{15}}$$



$$\frac{5^{-12} \times (2^{10})^4}{(2^{10})^3 \times 5^{14}} = 5^{-26} \times (2^{10})^{-1} = 5^{-26} \times 2^{-10} = 5^{-26} \times 2^{-10}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{18} = \left(\frac{2}{3}\right)^{45}$$

$$\frac{2^{30} + 2^{30}}{3^{30} + 3^{30} + 3^{30}} = \frac{2 \times 2^{30}}{3 \times 3^{30}} = \frac{2^{31}}{3^{31}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{31}$$

$$\frac{11^{19} \div 10^{21}}{10^{-28} \div 11^{-19}}$$

$$\frac{2400^{15} \div 12^{22}}{15^{30} \div 6^7}$$

$$\frac{(2/12)^3 + (2/6)^3 + (2/3)^3}{(2/3)^3}$$



$$\frac{11^{19} \times 10^{-21}}{10^{-28} \times 11^{19}} = 10^{-21 - (-28)} = 10^7$$

$$\frac{2400^{15} \times 12^{-22}}{15^{30} \times 6^{-7}} = ?$$

$$\frac{(2/12)^3 + (2/6)^3 + (2/3)^3}{(2/3)^3} = 4^3 + 2^3 + 1^3 = 64 + 8 + 1 = 73$$

$$\frac{(2^7 \times 3^{15} \times 5^{30}) \times (3^{-22} \times 2^{-44})}{(3^3 \times 5^{30}) \times (2^{-7} \times 3^{-7})} = \frac{2^{7-22} \times 3^{15-44} \times 5^{30}}{2^{-7} \times 3^{-7} \times 5^{30}} = 2^{38} \times 3^{-30}$$

$$2400 = 3 \times 2^3 \times (2^2 \times 5^2) = 2^5 \times 3 \times 5^2$$

$$12 = 3 \times 2^2$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$6 = 2 \times 3$$



عالم

ثالث عدد $5 \times 3^{16} - 3 \times 3^{14} + 7 \times 3^{15} - 4 \times 3^{16}$ کدام است؟

3^{18} (۴)

3^{17} (۳)

3^{16} (۲)

3^{15} (۱)



پاسخ: $3^{14} \times (5 \times 3^2 - 3 + 7 \times 3^1 - 4 \times 3^2) = 3^{14} \times (45 - 3 + 21 - 36) = 3^{14} \times 3 = 3^{17}$

پاسخ:

حاصل عبارت $3^x + 4 \times 3^x + 3^{x+1} - 5 \times 3^{x+1} + 3^{x+2}$ به ازای $x = 1381$ کدام است؟

$(\frac{1}{3})^{1381}$ (۴)

$(\frac{1}{2})^{1381}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)



پاسخ: $\frac{3^x \times (1 + 4 + 3 - 15 + 9)}{3^x \times (9 + 3)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

پاسخ:

چهار برابر عدد $\frac{5^{10} + 5^{11} + 5^{12} + \dots + 5^{91}}{5^{91} - 1}$ برابر است با:

25^4 (۳)

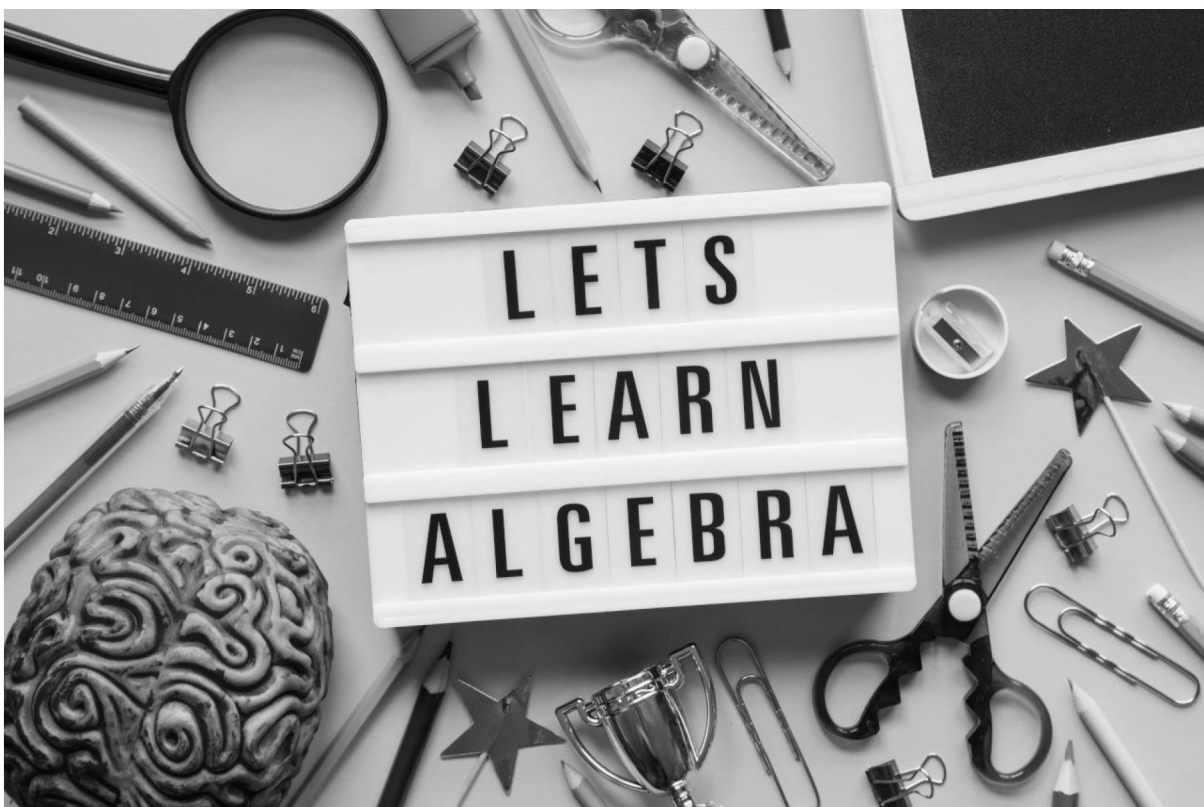
5^8 (۲)

5^9 (۱)



پاسخ: $\frac{5^{10} \times (1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{80})}{5^{91} - 1} = \frac{5^{10} \times (\frac{1 \times (5^{81} - 1)}{5 - 1})}{(5^{91} - 1)} = \frac{5^{10} \times (5^{81} - 1)}{4 \times (5^{91} - 1)} = \frac{5^{10}}{4} \times 4 = 5^{10}$

پاسخ:





$$2^{2^{2^2}} = 2^{(2^{(2^2)})} = 2^{16} = 65536$$

با استفاده از قانون عددهای توان دار می توان تساوی مقابل را نوشت:



اگر آرایش پرانتزها برای محاسبه عدد توان دار $2^{2^{2^2}}$ تغییر کند چند مقدار متمایز دیگر می توان به دست آورد؟ (علامه طباطبائی ۸۸)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

یک پاره خط به دو بخش چنان تقسیم شده است که نسبت بخش کوچک تر به بخش بزرگ تر برابر است با نسبت بخش بزرگ تر به همه پاره خط؛ هر گاه نسبت بخش کوچک تر به بخش بزرگ تر برابر R باشد آن گاه حاصل



$$R[R^{R^2+R^{-1}}+R^{-1}]+R^{-1}$$



(المپیاد آمریکا)

R^{-1} (۴)

$2+R^{-1}$ (۳)

$2R$ (۲)

۲ (۱)

نکته

★ برای پیدا کردن حاصل جمع اعداد تواندار، اگر پایه ها و توانها مساوی بودند می توان آنها را به حاصل ضرب تبدیل کرد و جواب را به صورت یک عدد تواندار نوشت. اما اگر همه ی پایه ها و توانها با هم برابر نبودند به شرط آنکه قسمت های مشترک (پایه مشترک با کوچک ترین توان) داشته باشند از فاکتورگیری می توان استفاده کرد.

$$4^9 + 4^9 + 4^9 + 4^9 = 4 \times 4^9 = 4^{10}$$

$$2^{18} - 2^{17} = 2^{17}(2 - 1) = 2^{17} \times 1 = 2^{17}$$

$$3^{33} + 3^{33} + 3^{33} = 3 \times 3^{33} = 3^{34}$$

$$2^{12} + 4^6 + 8^4 + 64^2 = 2^{12} + (2^2)^6 + (2^3)^4 + (2^6)^2 = 2^{12} + 2^{12} + 2^{12} + 2^{12}$$

$$12 \times 2^9 + 10 \times 2^{10} + 12 \times 2^8 - 24 \times 2^7 - 2^{14} =$$

$$2^7 \times (48 + 80 + 24 - 24 - 128) = \text{صفر}$$



حاصل عبارت $4 \times 4^{10} + 12 \times 4^{10}$ کدام است؟



2^{13} (۴)

2^{12} (۳)

2^{24} (۲)

2^{23} (۱)



$$4^{10} \times (4 + 12) = 4^{10} \times 16 = 4^{10} \times 4^2 = 4^{12} = 2^{24}$$

پاسخ:

$$3^{50} + 3^{50} + 3^{50} + 3^{51} + 3^{51} + 3^{52} + 3^{52} + \dots + 3^{100} + 3^{100} = 3^{101}$$

حاصل چیست؟



$$3 \times 3^{50} = 3^{51}$$

$$3 \times 3^{51} = 3^{52}$$



پاسخ:



مثال حاصل عبارت مقابل چیست؟

الف) $3^3 + 3^3 + \dots + 3^3 + 3^6 + 3^6 + \dots + 3^6 + 3^{10} + 3^{10} + \dots + 3^{10} = (27 \times 3^3) + (80 \times 3^6) + (242 \times 3^{10}) = (1 \times 3^6) + (80 \times 3^6) + (242 \times 3^6)$
 تا 27 تا 80 تا 242
 $81 \times 3^6 \rightarrow 3^{10} \rightarrow 1 \times 3^{10}$
 $(1 \times 3^{10}) + (242 \times 3^{10}) = 243 \times 3^{10}$

ب) $2^{x-1} + 2^{x-1} + \dots + 2^{x-1} + 2^{2x-1} + 2^{2x-1} + \dots + 2^{2x-1} + 2^{2x-1}$
 تا 2^x تا 2^{2x-1}

ج) $(24^{18} + 24^{18} + 24^{18}) (6^{17} + 6^{17}) = (3 \times 24^{18}) \times (2 \times 6^{17}) = 6 \times 6^{17} \times 24^{18} = 6^{18} \times 24^{18} = (6 \times 24)^{18} = 144^{18}$
 $3^5 \times 3^{10} = 3^{15}$

د) $5^y + 5^y + \dots + 5^y + 5^y + 5^{y+2} + 5^{y+2} + \dots + 5^{y+2} + 5^{y+5} + 5^{y+5} + \dots + 5^{y+5}$
 تا 25 تا 124 تا 624



ب) $(2^x \times 2^{x-1}) + (511 \times 2^{x-1}) = 2^{2x-1} + (511 \times 2^{x-1}) = 2^{2x-1} \times (1 + 511) = 2^{2x-1} \times 512 = 2^{2x-1} \times 2^9 = 2^{2x+8}$

> $(25 \times 5^0) + (124 \times 5^{0+2}) + (624 \times 5^{0+5}) = 5^{0+2} \times (124 \times 5^{0+2}) + (624 \times 5^{0+5})$
 $5^{0+2} \times (1 + 124) + (624 \times 5^{0+5})$
 $(5^{0+2} \times 125) + (624 \times 5^{0+5}) = 5^{0+5} + 624 \times 5^{0+5} = 5^{0+5} \times (1 + 624) = 5^{0+5} \times 625$

حاصل عبارت $5^{70} + 4(5^{70} + 5^{71} + 5^{72} + \dots + 5^{89})$ چیست؟

$125^{30} (4)$

$5^{93} (3)$

$15^{30} (2)$

$5^{89} (1)$



$5^{70} + 4 \times 5^{71} + 4 \times 5^{72} + 4 \times 5^{73} + \dots + 4 \times 5^{89} = 5^{90}$

حاصل $2^{28} + 2^{28} + 2^{29} + 2^{30} + 2^{31} + \dots + 2^{49}$ کدام است؟

(۲) بیش تر از یک هزار میلیارد
(۴) کم تر از یک هزار میلیارد

(۱) بیش تر از یک میلیون میلیارد
(۳) کم تر از یک میلیون میلیارد



$2^{50} = (2^{10})^5 \approx (1000)^5 = \frac{10000000000}{10^5} = \frac{10000000000}{100000} \times \frac{10000000000}{10000000000}$
 میلیون میلیارد

حاصل مجموعه زیر چیست؟

$3 + 3 + 3 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^3 + 3^3 + 3^3 + \dots + 3^{1390} + 3^{1390} - 3 = 3^{1391} - 3$
 تا 32 تا 33 تا 34

$3^{1391} - 3 (4)$

$3^{1391} - 1 (3)$

$2 \times 3^{1391} - 1 (2)$

$3^{1391} (1)$





حاصل عبارت $(2^7 + 2^7 + 2^7) \times (3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8) \times (5^8 + 5^8 + 5^8 + 5^8)$ برابر کدام گزینه است؟

۳۱۰ (۵)

۳۰۷ (۴)

۳۰۸ (۳)

۳۰۹ (۲)

۳۰۶ (۱)



$$3 \times 2^7 \times 5 \times 3^8 \times 4 \times 5^8 = 3^9 \times 2^9 \times 5^9 = (3 \times 2 \times 5)^9 = 30^9$$

پاسخ:



گاهی در توان یک عدد عبارتی با مجهول قرار می گیرد و برای توضیح آن به مثال های زیر توجه نمایید.

محاسبه با توان مجهول



اگر $3^n = 5$ باشد مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

(ج) 9^{n+2}

(ب) 3^{2n-1}

(الف) 3^{n+1}



(الف) $3^{n+1} = 3^n \times 3^1 = 5 \times 3 = 15$

(ب) $3^{2n-1} = (3^n)^2 - 1 = (5)^2 - 1 = 24$

(ج) $9^{n+2} = 9^n \times 9^2 = (3^2)^n \times 9^2 = (3^n)^2 \times 9^2 = (5)^2 \times 9^2 = 45^2 = 2025$

پاسخ:

اگر $3^{2k-1} = 27a$ و $9^k = b$ باشد، کدام رابطه بین a و b برقرار است؟

(د) $b = 27a$

(ب) $b = 9a$

(ج) $a = 3b$

(الف) $b = 81a$



$3^{2k} = b$

$3^{2k} = 81a$

پاسخ:

اگر $a = 5^{x+2}$ و $b = 5^x$ باشد، چه رابطه ای بین a و b برقرار است؟

(د) $b = \frac{1}{25}a$

(ب) $a^2 = \frac{1}{25}b$

(ج) $a^2 = 25b$

(الف) $b = 25a$



$a = 5^{x+2} = 5^x \times 5^2 = b \times 5^2 = 25b$

پاسخ:

$\frac{2^3 \times 3^1 \times 5^0}{3^0} = 24$

راه حل
عددی

چيست؟ $\frac{2^{n+3} \times 3^{n+1} \times 5^n}{3^0 \cdot n}$ حاصل

(د) 2

(ب) $\frac{2^n}{3}$

(ج) 3^n

(الف) 24



$\frac{(2^n \times 2^3) \times (3^n \times 3^1) \times 5^n}{3^0 \cdot n} = \frac{3^0 \times 24}{3^0 \cdot n} = 24$

پاسخ:

$125^{ab} = (5^3)^{ab} = 5^{3ab} = (5^a)^{3b} = (3)^{3b} = (3^b)^3 = 2^3 = 8$

(د) $\frac{34}{9}$

اگر $3^a = 2$ و $5^a = 3$ حاصل $\left[\frac{9^{ab}}{4^a} + \frac{125^{ab}}{5^{2a}} \right] \times 5^{ab}$ کدام است؟
 $\frac{34}{18}$ (ب) $\frac{17}{18}$ (ج) $\frac{17}{9}$ (د) $\frac{17}{9}$



$9^{ab} = (3^2)^{ab} = 3^{2ab} = (3^b)^{2a} = (2)^{2a} = (2^2)^a = 4^a$

پاسخ:

$\left[\frac{4^a}{4^a} + \frac{8}{9} \right] \times 2 = \left(1 + \frac{8}{9} \right) \times 2 = \frac{17}{9} \times 2 = \frac{34}{9}$